ANALISA DIMENSI DAN KESERUPAAN

Persoalan-persoalan dalam Mekanika Fluida

Cara analisa → Formula Matematis

Cara experimental

Dalam Experimental:

- **butuh variabel yg mempengaruhi persoalan + hubungan satu sama lain**
- **menemui hambatan praktis + ekonomis → proyotype → model**

ANALISA DIMENSI & KESERUPAAN

Analisa Dimensi dipergunakan bila variabel2 yang mempengaruhi suatu gejala fisik diketahui tetapi hubungan antara satu dengan yang lainnya belum diketahui

Dalam kasus demikian langkah pertama yang harus dilakukan adalah mengenal variabel2 atau parameter2 yang berpengaruh

Dalam Mekanika Fluida, Variabel tsb dapat dikelompokkan menjadi atas:

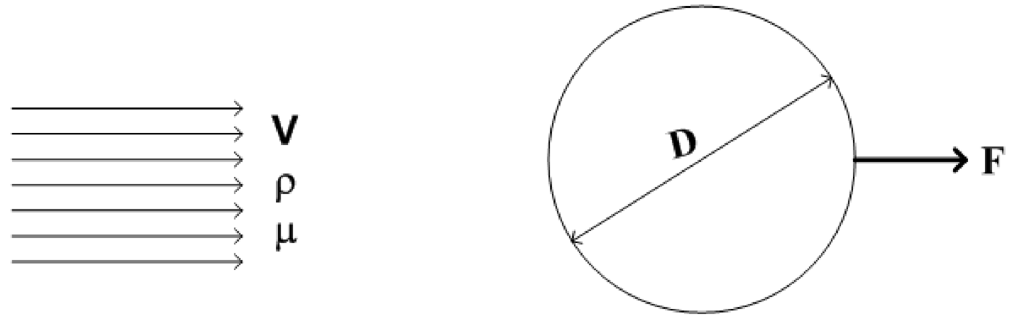
a. Variabel fisik yang ditinjau timbul akibat gerak benda dalam fluida.
   contoh : gaya, tegangan geser dll.

b. Variabel geometri
   contoh : ukuran panjang, bentuk dll.

c. Variabel yang menyangkut gerak benda dalam fluida atau sebaliknya.
   contoh : kecepatan, percepatan dll.

d. Variabel yang menyatakan sifat fluida:
   contoh : masa jenis, tekanan, viskositas, tengan permukaan dll.

e. Variabel yang menyatakan sifat benda.
   contoh : masa jenis benda, modulus elastisitas.



F ➔ 1. diameter (**D**)
2. kecepatan (**V**)
3. densitas (ρ)
4. viskositas (μ)

Setiap parameter ini mempengaruhi besarnya F

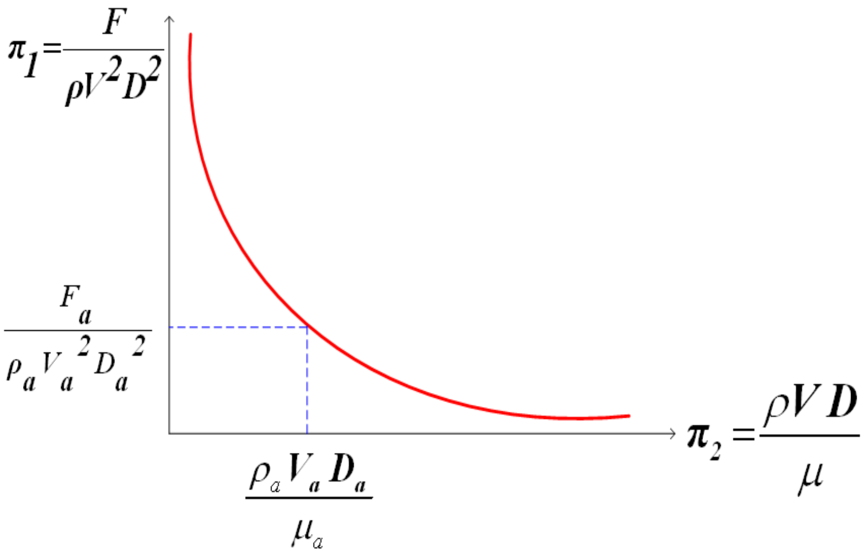
Jadi : $\mathbf{F = f(D, V, \rho, \mu)}$

Lama
Mahal
Sulit dipresentasikan pengaruhnya

Masing-masing variabel harus di-ubah2 secara bergantian (satu persatu) untuk mengetahui pengaruh masing-masing terhadap F.

Dengan analisa dimensi dapat ditunjukkan adanya hubungan antara kelompok bilangan tak berdimensi sbb. :

$$\frac{F}{\rho V^2 D^2} = f\left(\frac{\rho V D}{\mu}\right)$$



Dalam hal ini; π_1 diukur untuk ber-macam2 π_2, sedangkan π_2 dapat diubah hanya dengan mengubah salah satu dari ρ, V, D atau μ

Kesimpulan:
Eksperimen → Sederhana, Cepat & Murah

Teori Buckingham

Dasar Matematis:

Bila dalam suatu persoalan fisik, sebuah parameter TIDAK BEBAS (Dependent Parameter) merupakan fungsi dari (n-1) parameter BEBAS (Independent parameter), maka akan didapat hubungan antara variabel-variabel tersebut dalam bentuk fungsional, sbb.:

$$q_1 = f(q_2, q_3, \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots q_{(n-1)})$$

dimana:

q_1 = parameter tidak bebas

$q_2, q_3, \ldots q_{(n-1)}$ = parameter bebas

atau dapat juga ditulis:

$$g(q_1, q_2, \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots q_n) = 0$$

dimana : g = sembarang fungsi yang bukan f

Contoh: gaya drag pada bola

$$F_D = f(D, V, \rho, \mu)$$

atau:

$$g(F_D, D, V\ \rho, \mu) = 0$$

Pernyataan Teori BUCKINGHAM Pi

Bila ada fungsi yang terdiri dari n parameter $g(q_1, q_2, \ldots\ldots q_n) = 0$, maka parameter-parameter tersebut dapat dikelompokkan menjadi (n-m) kelompok independent dimensionless ratios atau yang dinotasikan sebagai parameter π dan dapat diexpresikan sebagai:

$$G(\pi_1, \pi_2, \ldots\ldots \pi_{n-m}) = 0$$

atau : $\pi_1 = G1(\pi_2, \ldots\ldots \pi_{n-m})$

dimana:

m = adalah repeating parameter yang umumnya diambil sama dengan r (tetapi tidak selalu)

r = adalah jumlah minimum dimensi bebas yang dibutuhkan untuk menspesifikasikan dimensi-dimensi dari seluruh parameter yang ada

Contoh: $g\left(F_D,\ D,\ V,\ \rho,\ \mu\right) = 0$

$[MLt^{-2}]\quad [L]\quad [Lt^{-1}]\quad [ML^{-3}]\quad [ML^{-1}t^{-1}]$

Dalam hal ini jumlah dimensi bebas minimum yang dibutuhkan adalah M, L, t

Jadi r = 3 ➔ maka m = r = 3

Note: sejumlah (n-m) parameter π yang diperoleh dari prosedur diatas adalah independent.

Note:

Parameter π tidak independent (tidak bebas) bila dapat dibentuk dari hasil pembagian atau perkalian dari parameter-parameter yang lain

Contoh:

$$\pi_5 = \frac{2\,\pi_1\,\pi_4}{\pi_2\pi_3} \quad atau \quad \pi_6 = \frac{{\pi_1}^{3/4}}{{\pi_3}^{2}}$$

dalam hal ini:

π_5 : adalah parameter tidak independent karena dibentuk dari π_1, π_2, π_3 dan π_4.

π_6 : adalah parameter tidak independent karena dibentuk dari π_1 dan π_3.

Pemilihan Parameter

Masukkan semua parameter yang diduga berpengaruh dalam suatu persoalan → **jangan ragu-ragu**

→ Apabila ternyata parameter yang diduga berpengaruh tsb. salah → **akan gugur dengan sendirinya**

→ Apabila ternyata benar berpengaruh → **hasilnya utuh**

Prosedur Menentukan Kelompok π

Ada 6(enam) langkah:

1. Tulislah seluruh parameter yang kita duga berpengaruh → **jangan ragu2**

   misalkan : ada n buah parameter

Prosedur Menentukan Kelompok π

2. **Pilihlah satu set Dimensi Primer**
   misalkan : M, L, t, T
   atau F, L, t, T

3. **Tulislah seluruh parameter yang terlibat dalam bentuk Dimensi Primer yang telah dipilih (catatlah r adalah jumlah dari dimensi primer minimum yang dibutuhkan)**

   misalkan: F, D, V, μ,

F	D	V	μ	ρ
$[MLt^{-2}]$	$[L]$	$[Lt^{-1}]$	$[ML^{-1}t^{-1}]$	$[ML^{-3}]$

sehingga : $r = 3$ (M, L, t)

Prosedur Menentukan Kelompok π

4. **Pilihlah Parameter yang diulang m (*repeating parameter*) yang jumlahnya sama dengan jumlah minimum dimensi primer yang digunakan (r)**

   misalkan:
   $m = r = 3 \rightarrow \rho$, V, D

NOTE:

- **Jangan memilih *repeating parameter* yang mempunyai dimensi dasar yang sama dengan *repeating parameter* lainnya, walaupun hanya dibedakan dengan suatu exponent (pangkat) saja**

  misalkan: panjang (L) = [L] dengan luas (A) = $[L^2]$ $\rightarrow$ tidak boleh dipilih bersama-sama sebagai repeating parameter.

Prosedur Menentukan Kelompok π

NOTE:

- **Jangan memilih *parameter tidak bebas* sebagai *repeating parameter***

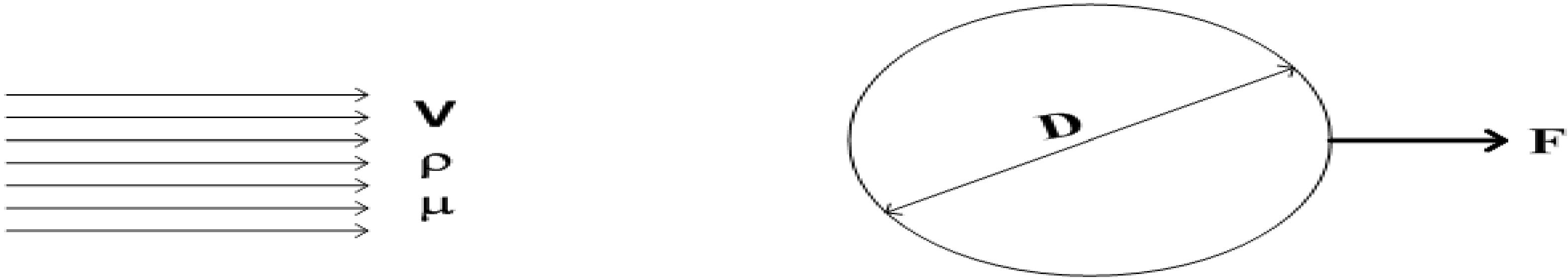
5. **Dari parameter-parameter dipilih (n) dan repeating parameter (m), untuk m = r ➔ dapatkan grup-grup tanpa dimensi, dalam hal ini akan ada (n-m) grup tanpa dimensi.**

6. **Untuk meyakinkan hasilnya, periksalah grup-grup tanpa dimensi dengan Dimensi Primer yang lain.**

M, L, t, T **F, L, t, T**

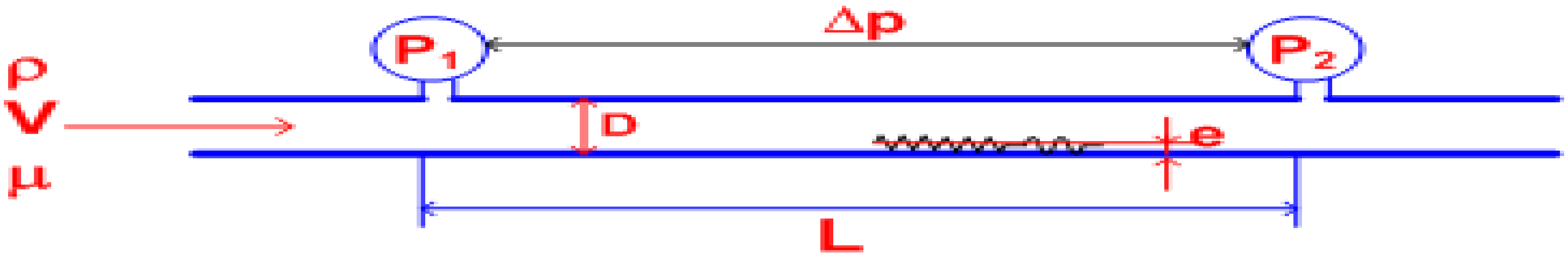
CONTOH SOAL 1

Gaya tahanan (Drag Force) F pada suatu bola yang halus dalam suatu aliran tergantung pada kecepatan relatif V, diamter bola D, densitas fluida ρ dan viskositas fluida μ.



CONTOH SOAL 2

Perubahan tekanan Δp untuk aliran steady, incompressible, viscous melalui pipa horisontal yang lurus tergantung pada panjang L, kecepatan rata-rata V, viskositas fluida μ, diameter pipa D, densitas fluida ρ, dan kekasaran rata-rata bagian dalam pipa e.



Selalukah m = r ??

Dalam banyak kasus memang bisa diselesaikan dengan m = r $\rightarrow$ *tetapi tidak selalu*.

Karena untuk suatu kasus yang sama bila diselesaikan dengan menggunakan Dimensi Primer (MLtT dan FLtT) yang berbeda $\rightarrow$ akan memberikan harga r yang berbeda.

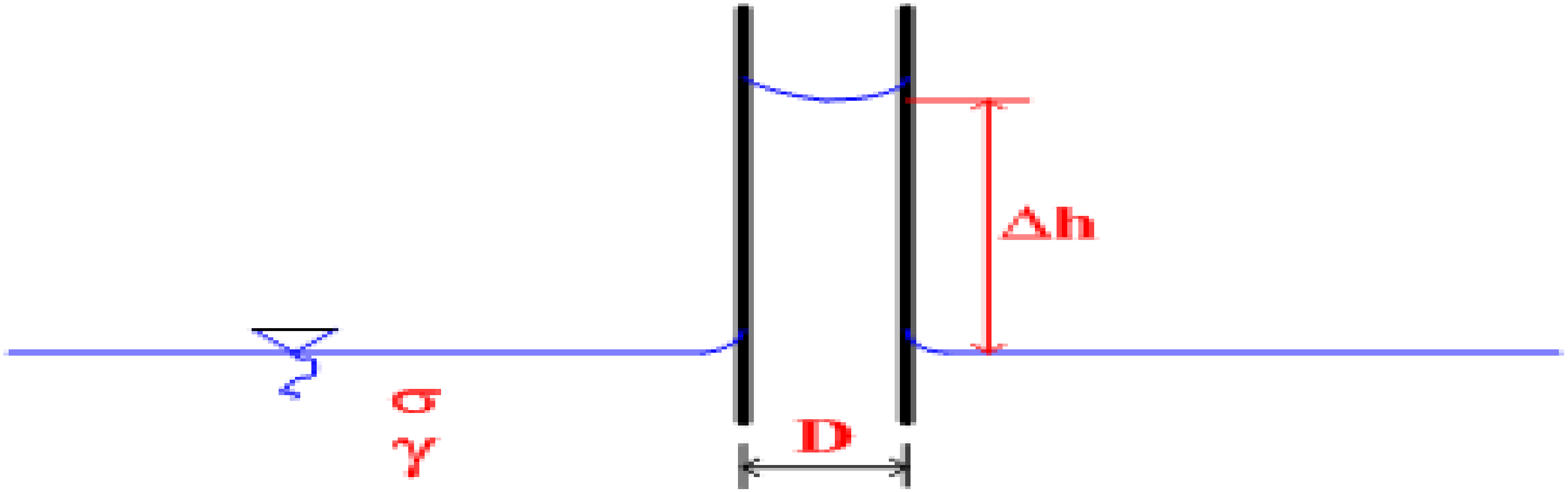
Untuk Kasus seperti ini maka harga m ditentukan berdasarkan harga RANK Matrix Dimensi-nya

NOTE:

RANK suatu matrix adalah ORDER *terbesar* dari Matrix tsb yang Diterminant-nya *tidak sama dengan Nol*

CONTOH SOAL 3

Sebuah pipa kecil dicelupkan ke dalam cairan. Karena proses kapiler maka cairan akan naik setinggi Δh yan merupakan fungsi dari: diameter D, berat jenis cairan γ dan tegangan permukaan σ.



Bilangan REYNOLDS (Re)

turbulent, dalam bentuk umum ditulis:

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho \overline{V} L}{\mu} = \frac{\overline{V} L}{\upsilon}$$

dimana L : panjang karakteristik yang diukur dalam medan aliran (aliran dalam pipa → L = D)

Atau dapat juga ditulis:

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho \overline{V} L}{\mu} = \left(\frac{\rho \overline{V} L}{\upsilon}\right)\left(\frac{\overline{V}}{\overline{V}}\right)\left(\frac{L}{L}\right)\left(\frac{1}{L/L}\right) = \frac{\left(\rho \overline{V}^2\right) L^2}{\left(\mu \frac{\overline{V}}{L}\right) L^2}$$

$$\left(\rho \overline{V}^2\right) x\, L^2 = (tekanan\ dinamis)\, x\, (luasan) \approx gaya\ inertia$$

$$\left(\mu \frac{\overline{V}}{L}\right) L^2 = (tengangan\ geser)\, x\, (luasan) \approx gaya\ geser$$

$$\mathrm{Re} \approx \frac{gaya\ inertia}{gaya\ geser}$$

Bilangan MACH (M)

Untuk mengkarakteristikkan efek kompresibilitas suatu aliran, dalam bentuk umum ditulis:

$$M = \frac{\overline{V}}{C}$$

dimana V : kecepatan aliran rata-rata
C : kecepatan suara lokal

$$\left[C = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}} = \sqrt{\frac{E_v}{\rho}} \right]$$

Atau dapat juga ditulis:

$$M = \frac{\overline{V}}{C} = \frac{\overline{V}}{\sqrt{\frac{dp}{d\rho}}} = \frac{\overline{V}}{\sqrt{\frac{E_v}{\rho}}} \Rightarrow M^2 = \frac{\rho \overline{V}^2 L^2}{E_v L^2}$$

$$\left(\rho \overline{V}^2\right) x\, L^2 = gaya\ inertia$$
$$E_v\ x\ L^2 = gaya\ akibat\ efek\ kompresibilitas$$

$$M \approx \frac{gaya\ inertia}{gaya\ akibat\ efek\ kompresibilitas}$$

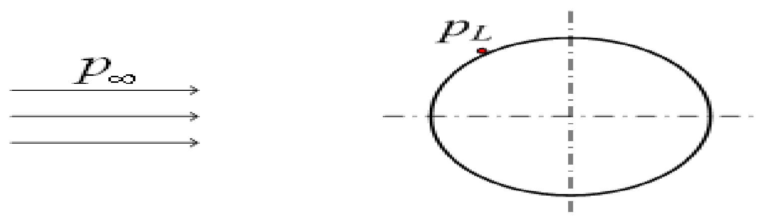
Bilangan EULER (Eu)

Merupakan koefisien tekanan (Cp), sering kali digunakan dalam lingkup aerodinamika atau pengujian model yang lain.

$$Eu = C_p = \frac{\Delta p}{\frac{1}{2}\rho V^2}$$

dimana : Δp : tekanan lokal dikurangi tekanan freestream

$$[p_L - p_\infty]$$



$$E_u = C_p \approx \frac{gaya\, tekan}{gaya\, inertia}$$

Bilangan Kavitasi (Ca)

Merupakan koefisien tekanan (Cp), sering kali digunakan dalam lingkup aerodinamika atau pengujian model yang lain.

$$C_a = \frac{\Delta p}{\frac{1}{2}\rho V^2} = \frac{(p - p_v)}{\frac{1}{2}\rho V^2}$$

dimana : p_v : tekanan uap air pada temperatur pengujian

p : tekanan aliran utama liquid

$$C_a \approx \frac{gaya\,tekan}{gaya\,inertia}$$

Bilangan FROUDE (Fr)

Untuk mendapatkan karakteristik aliran yang dipengaruhi oleh permukaan bebas.

$$F_r = \frac{V}{\sqrt{g\,L}}$$

Atau dalam bentuk lain dapat ditulis:

$$F_r{}^2 = \frac{V^2}{g\,L} \times \frac{\rho\,L^2}{\rho\,L^2} = \frac{\rho V^2\,L^2}{\rho g\,L^2} \approx \frac{gaya\,inertia}{gaya\,berat}$$

$$F_r \approx \frac{gaya\,inertia}{gaya\,berat}$$

Note:

Fr < 1 → aliran subcritical

Fr > 1 → aliran supercritical

Bilangan WEBER (W_e)

$$W_e = \frac{\rho V^2 L}{\sigma}$$

Dimana : σ = tegangan permukaan [gaya/panjang]

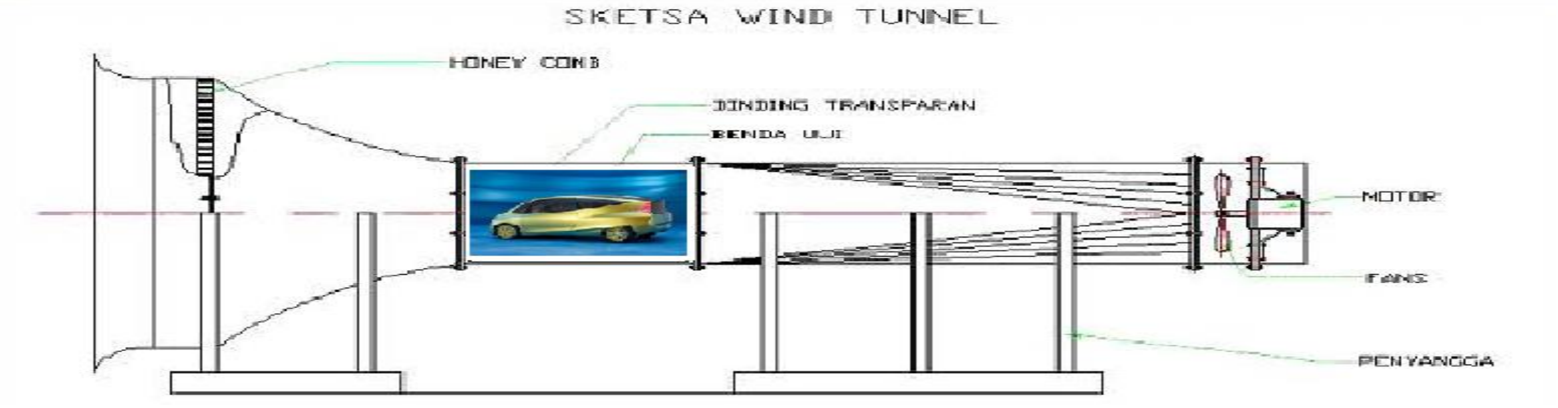
Atau dalam bentuk lain dapat ditulis:

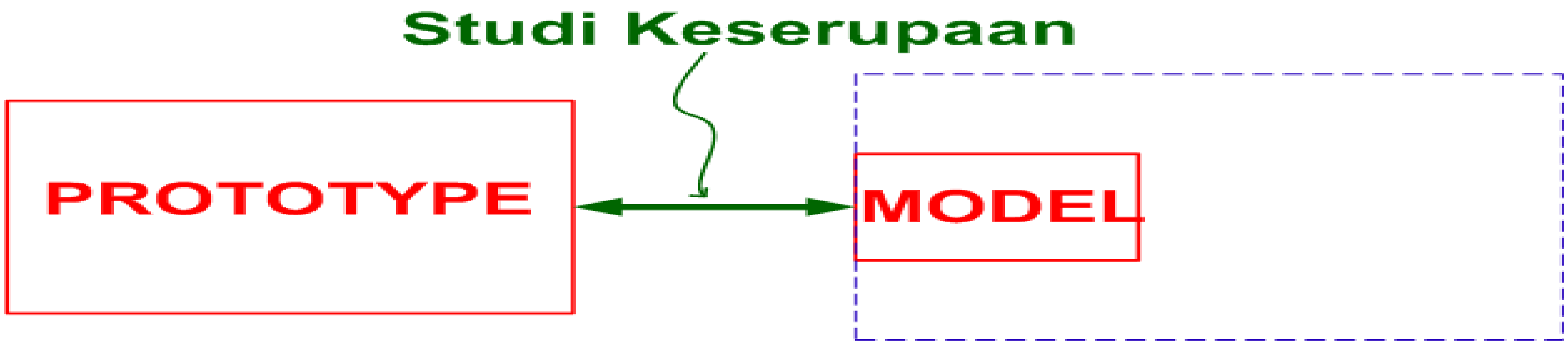
$$W_e = \frac{\rho V^2 L}{\sigma} x \frac{L}{L} = \frac{\rho V^2 L^2}{\sigma L} \approx \frac{gaya\, inertia}{gaya\, akibat\, tegangan\, permukaan}$$

$$W_e \approx \frac{gaya\, inertia}{gaya\, akibat\, tegangan\, permukaan}$$

- PROTOTYPE ➔ Aliran Sesunggunya:

- MODEL ➔ Aliran Tiruan





Tujuan:

- **mempermudah pelaksanaan praktis**
- **Memperkecil biaya**

Persyaratan Keserupaan:

1. Keserupaan Geometris
(*Geometric Similarity*):

MODEL sebangun dengan PROTOTYPE

***artinya*: setiap bagian dari Model harus mempunyai perbandingan yang tetap dengan setiap bagian dari Prototype**

2. **Keserupaan Kinematis**
(*Kinematic Similarity*):
Arah kecepatan aliran antara Model dan Prototype secara kinematic sama dan pada setiap bagiannya harus memiliki perbandingan skala yang tetap, begitu juga dengan bentuk streamlinenya➔*sehingga sebelumnya harus telah memenuhi persyaratan keserupaan geometris.*

3. **Keserupaan Dinamis**
(*Dynamic Similarity*):
Perbandingan gaya karena medan aliran antara Model dan Prototype pada setiap bagiannya harus menurut skala perbandingan yang tetap
➔ sehingga terlebih dulu harus terpenuhi: - keserupaan geometris
- keserupaan kinematis

Note:

- **Disamping itu, agar keserupaan dinamis terpenuhi secara komplit, harus pula dipertimbangkan seluruh gaya yang bekerja (gaya tekan, gaya viskos, dll). Semua gaya tsb pada Prototype dan model harus mempunyai perbandingan skala yang tetap.**
- **Bila keserupaan dinamis telah terpenuhi, maka setiap data yang diukur pada aliran model dapat dihubungkan secara kualitatif dengan setia bagian dari prototype.**

Untuk contoh soal 1 misalnya:
Teori Buckingham Pi, memberikan hubungan fungsional:

$$\frac{F}{\rho V^2 D^2} = f\left(\frac{\rho V D}{\mu}\right)$$

Maka bila aliran memenuhi keserupaan dinamis, haruslah dipenuhi:

$$\left(\frac{\rho V D}{\mu}\right)_{model} = \left(\frac{\rho V D}{\mu}\right)_{prototype}$$

atau

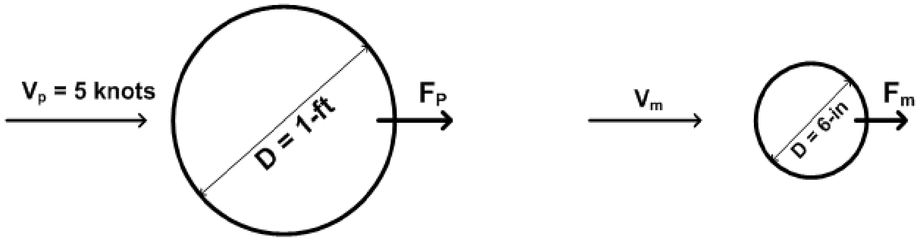
$$(R_e)_{model} = (R_e)_{prototype}$$

dan juga:

$$\left(\frac{F}{\rho V^2 D^2}\right)_{model} = \left(\frac{F}{\rho V^2 D^2}\right)_{prototype}$$

CONTOH SOAL 4

Gaya drag yang terjadi pada sonar transducer akan diprediksi berdasarkan data hasil eksperimen pada terowongan angin dari model-nya. Prototype yang berbentuk bola berdiameter 1 ft akan ditarik dalam laut dengan kecepatan 5 knots (nautical miles per hour). Diameter model 6-in, gaya drag pada pengetesan tsb. = 5,58 lbf.



Tentukan:

a). Kecepatan terowongan angin

b). Gaya drag pada prototype